

## ОТЗЫВ официального оппонента на диссертацию

**Токаревой Маргариты Андреевны на тему «Корректность начально-краевых задач для уравнений фильтрации в пороупругих средах», представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление**

Диссертационная работа М.А. Токаревой посвящена исследованию задачи о фильтрации жидкости в пороупругих средах.

### **Актуальность для науки и практики**

Актуальность теоретического исследования задач фильтрации в пористых средах связана с их широким применением в решении важных практических задач. Примерами являются: фильтрация вблизи речных плотин, водохранилищ и других гидротехнических сооружений; ирригация и дренаж сельскохозяйственных полей; движение грунтовых вод, нефте-газодобыча, в частности, динамика трещины гидроразрыва пласта, проблемы дегазации угольных и сланцевых месторождений с целью извлечения метана; движение магмы в земной коре, геотектоника при исследовании проседания земной коры, процессы, происходящие в осадочных бассейнах и т.д.

Построение математических моделей таких процессов затруднено тем, что течение жидкости часто рассматривается в деформируемой неоднородной среде, которая характеризуется наличием переменной пористости. При этом приходится учитывать эффекты упругости, пластических течений, дефектов сплошности и разрушения.

**Во введении** обосновывается актуальность задачи фильтрации жидкости в пороупругих средах. Даётся хороший обзор научной литературы по изучаемой проблеме, который чётко определяет место данной работы в этой области знаний. Формулируются цели и задачи работы, а также ее научная новизна и практическая значимость, представлены основные положения, выносимые на защиту, обоснована достоверность результатов и описан личный вклад автора работы. В конце приводится структура диссертации и кратко излагается ее содержание.

**Первая глава** диссертации посвящена исследованию разрешимости начально-краевых задач фильтрации жидкости в вязкой деформируемой пористой среде. В параграфе 1.1 сформулирована постановка задачи и доказана локальная по времени однозначная разрешимость в классе гладких функций задачи о нестационарном

изотермическом одномерном движении вязкой сжимаемой жидкости в вязкой пористой среде в отсутствие массовых сил. В параграфе 1.1 в уравнениях отсутствует сила тяжести и тензор скоростей деформации в уравнении баланса сил для смеси в целом. В параграфе 1.2 доказана аналогичная теорема в присутствии силы тяжести, но для более простого термодинамического уравнения состояния жидкости. Теорема существования и единственности задачи в гельдеровских классах доказана в параграфе 1.3 для случая вязкой смеси в целом, то есть уравнение импульса содержит вторые производные скорости. В параграфе 1.4 доказана глобальная теорема существования и единственности решения в гладких классах задачи фильтрации несжимаемой жидкости в деформируемой вязкой среде.

**Во второй главе** описана модель фильтрации вязкой жидкости в деформируемой пористой среде, обладающей преимущественно упругими свойствами. Система уравнений после перехода к переменным Лагранжа сводится к вырождающемуся на решении параболическому уравнению для пористости. Методом интегральных энергетических оценок в параграфе 2.1 установлено свойство конечной скорости распространения возмущений. В параграфе 2.2 установлена возможность локализации решения. Конечное время стабилизации решения получено в параграфе 2.3.

**В главе 3** исследуется система уравнений фильтрации вязкой жидкости в вязкоупругой деформируемой пористой среде. В параграфе 3.1 доказана глобальная по времени теорема существования и единственности автомодельного решения задачи. В параграфе 3.2 рассмотрена задача фильтрации в тонком пороупругом слое. В процессе обезразмеривания исходной системы уравнений вводится малый параметр. После предельного перехода по параметру (рассмотрен случай медленных процессов) система уравнений характеризует твердый скелет как среду, обладающую больше упругими свойствами, чем вязкими. Для полученной системы уравнений построены решения в квадратурах.

**В заключении** дана сводка основных результатов.

## **Новизна основных научных результатов и их значимость для науки и производства**

Отметим, на наш взгляд, наиболее интересные результаты диссертации:

- доказательство локальной по времени однозначной разрешимости в гладких классах задачи о нестационарном изотермическом одномерном движении вязкой сжимаемой жидкости в вязкой пористой среде;

- доказательство глобальной разрешимости в гладких классах задачи о нестационарном изотермическом одномерном движении вязкой несжимаемой жидкости в вязкой пористой среде;

- доказательство свойства конечного времени стабилизации решения задачи о движении вязкой несжимаемой жидкости в упругой пористой среде; а также свойство конечной скорости распространения возмущений;

- доказательство существования автомодельного решения задачи о движении вязкой несжимаемой жидкости в вязкоупругой пористой среде;

- решения в квадратурах для двумерной линеаризованной задачи о движении несжимаемой вязкой жидкости в вязкоупругой пористой среде.

Все эти результаты имеют важное теоретическое значение в теории дифференциальных уравнений с частными производными, в частности, систем составного типа. В то же время они являются основанием для использования данных моделей в геофизических исследованиях. Результаты работы можно использовать для обоснования и тестирования численных методов решения начально-краевых задач для уравнений движения жидкостей в пороупругих средах. Хотелось бы подчеркнуть, что исследуются не абстрактные системы уравнений, а математические модели, используемые геофизиками для количественного описания процессов в вулканологии, нефтегазодобыче, волновых процессов океанологии.

### Замечания по работе

Сделаем несколько замечаний по диссертации.

1. Как в диссертации, так и в автореферате имеются опечатки, например: реферат, стр.10 – «неизотермическое» вместо «изотермическое» , диссертация - стр. 11 - в слове решение; стр. 43 - в теореме 1.4.1  $Q_T$  следует заменить на  $Q_{t_0}$ .
2. В теореме 1.4.2 утверждается существование констант  $0 < m_1, M_1 < 1$ . При доказательстве леммы 1.4.4 ( $A(T) < s < B(T)$ ) используется  $m_1 < \phi < M_1$  на  $[0, T]$ , когда

вводится константа  $N_7$ . Но тогда сразу следует, что  $s \in [\frac{m_1}{1-m_1}, \frac{M_1}{1-M_1}]$  и лемма теряет

смысл. Вероятно, допущена опечатка при записи константы и опущен кусочек в доказательстве леммы.

3. Главная проблема автора в нечетких формулировках условий лемм и теорем. Местами не отмечаются начало и конец доказательства. Часть необходимых требований на данные задачи формулируются в ходе доказательства, но не

вынесены в условия утверждений: не указаны свойства гладкости  $p^0(t)$  в теореме 1 и свойства  $s_0(x)$  в теореме 6 - в автореферате; условия разрешимости и единственности на  $\phi^0$  и  $\phi^+$ , возникающие в ходе доказательства теоремы 3.1.1 (стр.82), не приведены в формулировке – в диссертации.

Отмеченные недостатки не снижают общей положительной оценки диссертации. Автору удалось преодолеть значительные трудности при исследовании задач фильтрации жидкости в пороупругих средах.

Соискатель продемонстрировала глубокие знания и высокую технику в области качественной теории дифференциальных уравнений с частными производными. Маргарита Андреевна показала владение различными методами исследования краевых задач для дифференциальных уравнений: работа с классическими решениями в классах высокой гладкости (гл.1), анализ свойств обобщенных решений (гл.2), методы малого параметра, автомодельных переменных и решения в квадратурах (гл.3).

Достоверность результатов не вызывает сомнений, поскольку они основаны на строго доказанных теоремах. Все результаты являются новыми и своевременно опубликованы в 12 российских и зарубежных научных изданиях (8 статей в рецензируемых научных изданиях из перечня ВАК, 4 статьи индексируемых в Scopus), неоднократно обсуждались на различных конференциях. Автореферат правильно и достаточно полно отражает содержание диссертации. Результаты исследования могут быть использованы в Институте гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Институте механики сплошных сред УрО РАН, Пермском государственном национальном исследовательском университете, Южном федеральном университете, Новосибирском национальном исследовательском государственном университете, различных НИПИ Нефтегазовой отрасли и других родственных организациях.

## Заключение

Диссертация «Корректность начально-краевых задач для уравнений фильтрации в пороупругих средах» представляет собой высококвалифицированную научно-исследовательскую работу на актуальную тему. Новые научные результаты, полученные диссидентом, имеют существенное значение для развития качественной теории дифференциальных уравнений с частными производными, а также для обоснования моделей фильтрации вязких жидкости в пороупругих средах, имеющих важные

приложения в природных и технологических процессах. Выводы и рекомендации достаточно обоснованы. Работа отвечает требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор М.А. Токарева заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02-дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент

кандидат физико-математических наук по специальности 01.01.02- дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление; доцент, Новосибирский технологический центр «АО Бейкер Хьюз», заместитель директора по научной работе; адрес: 630090, Новосибирск, ул. Кутателадзе, 4а. Тел.: 8(382) 3329443.

Эл. почта: [Oleg.Bocharov@bakerhughes.com](mailto:Oleg.Bocharov@bakerhughes.com)

Бочаров Олег Борисович

Подпись к.ф.-м.н., заместителя директора по научной работе Бочарова О.Б.

“Заверяю“

Координатор по административным  
вопросам «АО Бейкер Хьюз, Россия»

Скрипка Е.В

«7» декабря 2018 г.

